طرّاحی میراگر جرمی برای سازه‌ی نامیرا با ترکیب پاسخ‌های پایدار و گذرا★

پیمان اشرفی (۱)   جواد علامتیان (۲)

چکیده *کارایی میراگرهای جرمی به عامل‌های مختلفی مانند جرم و سختی آن‌ها وابسته است. بنابراین، پژوهشگران رابطه‌هایی را برای این کمیت‌ها پیشنهاد کرده‌اند. در این پژوهش، روشی برای تعیین سختی میراگر جرمی با ترکیب هر دو پاسخ پایدار و گذرا برای کنترل سازه‌ی نامیرا ارائه گردید. برای یافتن سختی میراگر جرمی، کمینه‌سازی میانگین قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه به‌عنوان معیار بهینه‌سازی برگزیده شد. سپس با استفاده از تحلیل مودی، برای مقادیر مختلف نسبت جرم و نسبت فرکانس سازه، نسبت‌های بهینه‌ی فرکانس میراگر جرمی به‌دست آمد. این کار به‌صورت عددی انجام گرفت. سنجش مقادیر به‌دست آمده نشان داد که برای نسبت‌های جرمی کاربردی، احتمال کوچک بودن پاسخ سازه‌ی کنترل‌شده با این میراگر جرمی بیش از میراگرهای دیگر است.*

واژه‌های کلیدی میراگرهای جرمی، سختی بهینه، پاسخ‌های پایدار و گذرا.

Optimum Stiffness of Tuned Mass Damper with Combining Transient and Steady State Responses for Undamped Structure

P. Ashrafi   J. Alamatian

Abstract *This paper deals with new method for designing the tuned mass dampers (TMD) with considering both transient and steady state responses, simultaneously. This formulation is presented for undamped vibrations. For this purpose, the absolute value of the structural displacement ratio is minimized numerically. This procedure leads to optimum value of TMD's specifications. For numerical verification, the vibrations of some structures a controlled by proposed method. Results show the efficiency of the proposed technique in comparison with other existing approaches.*

Key Words Tuned mass damper, Transient and steady state responses, Undamped vibration.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۲/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/۱/۱۷ می‌باشد.

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد.

(۲) نویسنده‌ی مسئول، استادیار، گروه عمران ، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد.

مقدمه

میراگر جرمی یکی از مطمئن‌ترین ابزار کنترل سازه است. معمولاً این وسیله از یک جرم که به‌وسیله‌ی یک فنر و میراگر ویسکوز به سازه‌ی اصلی متّصل شده است تشکیل می‌گردد. به‌طور کلی، عملکرد میراگر جرمی به چگونگی تنظیم آن بستگی دارد. برای افزایش کارایی این ابزار، تعیین ویژگی‌های بهینه‌ی آن از اهمّیت زیادی برخوردار است. منظور از ویژگی‌های بهینه، مشخّصاتی هستند که به‌ازای آن‌ها، میراگر جرمی بهترین عملکرد را داشته باشد. از این رو، پژوهشگران راهکارهای مختلفی را برای تعیین کمیت‌های بهینه‌ی میراگر جرمی پیشنهاد کرده‌اند.

کانر سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا را که از سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی تشکیل می‌شد تحت حرکت هارمونیک زمین بررسی کرد و با صفر کردن پاسخ پایدار سازه، سختی بهینه‌ی میراگر جرمی را به‌دست آورد [1]. او سامانه‌ی دارای میرایی را نیز مورد بررسی قرار داده است.

از آن‌جا که عامل‌های بهینه‌ی میراگر جرمی به ویژگی‌های سازه و نیروی وارد بر آن بستگی دارد، تعیین منحصر به فرد آن‌ها کار دشواری خواهد بود. با وجود این، می‌توان مشخّصات بهینه را به‌صورت مستقل از بارگذاری جستجو کرد و آن‌ها را از روی ویژگی‌های دینامیکی سازه به‌دست آورد. سادک و همکارانش به‌صورت عددی به جستجوی مقادیر بهینه‌ی میراگر جرمی پرداختند [2]. آن‌ها با برازش داده‌های به‌دست آمده روابطی را برای میرایی و تنظیم بهینه‌ی میراگر جرمی ارائه کردند. میراندا میراگرهای جرمی را با تحلیل مودی سامانه‌ی کلاسیک دو درجه آزادی بررسی نمود [3]. در این پژوهش رابطه‌سازی‌ها براساس انرژی نسبی جنبشی و کرنشی سامانه انجام شده بود. از آن‌جا که افزایش میرایی، از پاسخ سازه‌ها می‌کاهد، میراندا میراگرهای جرمی با میرایی بیشینه را توصیف کرده است که در آن بیشینه میرایی قابل دست‌یابی به‌عنوان مقدار بهینه پیشنهاد می‌شود [4]. زیلتی و همکارانش با بیشینه کردن انرژی جذب‌شده توسّط میراگر جرمی و کمینه‌سازی انرژی جنبشی سازه، کمیت‌های بهینه‌ی میراگر جرمی را به‌دست آوردند [5].

میراگر جرمی با تمام ویژگی‌های مناسب، یک کاستی اساسی دارد؛ به‌طوری که ممکن است عملکرد سازه با تنظیم نادرست فرکانس و یا میرایی غیربهینه‌ی میراگر، بدتر شود. یک راهکار برای رفع این کاستی، استفاده از چند میراگر جرمی با ویژگی‌های دینامیکی مختلف است. میراگر جرمی چندگانه از چند میراگر جرمی تشکیل می‌گردد. در این حالت، می‌توان یک یا چند مود نوسان مختلف را کنترل نمود. این وسیله نسبت به یک میراگر جرمی، پهنای باند فرکانس وسیع‌تری را به‌وجود می‌آورد؛ به‌گونه‌ای که دامنه‌ی فرکانس سازه به شکل مناسب‌تری پوشش داده خواهد شد. هم‌چنین، در میراگرهای چندگانه به‌دلیل استفاده از چند میراگر جرمی جداگانه، احتمال خروج از تنظیم نیز کمتر می‌شود. از سوی دیگر، لی نتیجه گرفت که در میراگرهای جرمی چندگانه، به ازای نسبت جرمی مشخّص، افزایش تعداد میراگرهای جرمی سبب بهبود عملکرد آن می‌گردد؛ هرچند، به میرایی کوچک‌تری برای هر میراگر نیاز خواهد بود [6]. از این‌رو، در پاره‌ای موارد، میرایی اندک سبب حرکت زیاد جرم این میراگرها می‌شود. وانگ و همکارانش یک روش بهینه‌سازی دومرحله‌ای را برای طرّاحی یک میراگر جرمی با در نظر گرفتن حرکت میراگر پیشنهاد کردند [7]. در این پژوهش، یک ضریب برای نشان دادن اهمّیت کاهش حرکت میراگر در نظر گرفته شده است. آن‌ها دریافتند که با اندکی کاهش در تأثیر کنترلی میراگر بر پاسخ سازه، می‌توان حرکت آن را به‌طور چشم‌گیری کاهش داد. در پژوهشی که توسّط لین و همکارانش انجام شد، همین روش بهینه‌سازی دومرحله‌ای برای طرّاحی میراگر جرمی چندگانه

گسترش یافته است [8]. مایچر تأثیر میراگر جرمی چندگانه را بر سازه‌های بلند به‌صورت آزمایشی و عددی بررسی کرد [9]. در این پژوهش، او از دو میراگر جرمی آونگی برای کنترل سازه بهره جست. بررسی‌های او کاهش قابل‌توجّهی را در دامنه‌ی ارتعاش خمشی و پیچشی سازه‌ی کنترل‌شده نشان داد.

با وجود این، زمانی که ساختمان بلندتر و سنگین‌تر می‌شود، برای دست‌یابی به سطح کاهش پاسخ مورد نیاز در هنگام وقوع زلزله یا باد شدید، به یک جرم اضافی سنگین‌تر در میراگر جرمی نیاز است که انتظار می‌رود حرکت بزرگ‌تری نیز داشته باشد. این جرم سنگین به فضای بسیار بزرگی نیاز دارد. در نتیجه، استفاده از آن از نظر اقتصادی و اجرایی شدنی نیست. یک راهکار برای رفع این مشکل استفاده از کنترل فعّال است. سازه‌های فعّال، سازه‌هایی هستند که توسّط حسگر و محرّک، پاسخ سازه را کاهش می‌دهند. میراگر جرمی فعّال نخستین ساز و کاریست که برای کنترل فعّال سازه‌ها در برابر زمین‌لرزه استفاده شده است [10]. چون میراگر جرمی فعّال دارای اجزای فعّال و غیرفعّال است، حتّی اگر محرّک هم از کار بیفتد، هم‌چنان به کنترل سازه کمک شایانی خواهد کرد [11].

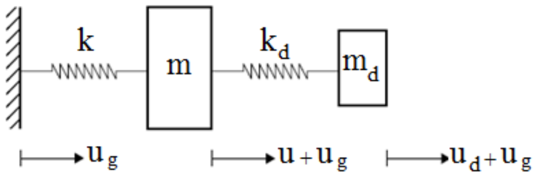
اگر سامانه‌ی کنترل فعّال، برای کاهش حرکت سازه مورد استفاده قرار گیرد، باید نیروی بزرگی تولید شود. محدودیّت توان محرّک، از اجرایی شدن این سامانه در ساختمان‌های واقعی جلوگیری می‌کند. از این‌رو، میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعّال توسّط لی و لیو معرّفی شدند [12,13]. لی و ژیونگ عملکرد میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعّال را برای سازه‌های نامتقارن بررسی کرده‌اند [14]. هم‌چنین، پژوهشی توسّط لی و همکارانش بر روی میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعّال، برای سازه‌های نامتقارن و با در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه انجام شده است [15].

با وجود این، سامانه‌های فعّال نیازمند منابع قدرت بزرگی هستند و مشکلات اجرایی دارند. در نتیجه، کنترل نیمه‌فعّال به‌عنوان یک روش مؤثّر برای کاهش خسارت‌های وارد به سازه به‌وجود آمد. میراگر جرمی نیمه‌فعّال یک جذب‌کننده‌ی ارتعاش است که با ویژگی‌های خود و بدون وارد کردن نیروی مستقیم می‌تواند نوسان‌های سازه را کاهش دهد. از نظر ناگاراجایا و وارادارا‌جان، میراگر جرمی نیمه‌فعّال می‌تواند با مصرف توان کمتر عملکردی مشابه میراگر جرمی فعّال داشته باشد [16]. آن‌ها میراگر جرمی نیمه‌فعّال با سختی متغیّر را بررسی کرده‌اند. چی و همکارانش نمونه‌ی دیگری از میراگرهای جرمی نیمه‌فعّال را توصیف کرده‌اند [17]. آن‌ها از یک فنر با تکیه‌گاه متحرّک به‌عنوان وسیله‌ی اتلاف انرژی سازه بهره جستند. ایسون و همکارانش رفتار سازه‌ای را که با یک میراگر جرمی غیرخطّی و یک میراگر جرمی نیمه‌فعّال کنترل می‌شود مورد بررسی قرار داده‌اند [18]. آن‌ها نشان دادند که وقتی میراگر جرمی نیمه‌فعّال به‌صورت سری به سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی غیرخطّی متّصل می‌شود، رفتار سامانه بهبود پیدا می‌کند. این میراگر با جلوگیری از ورود میراگر جرمی غیرخطّی به محدوده‌ی غیرخطّی، دامنه‌ی پاسخ آن را کم می‌کند؛ در نتیجه جابه‌جایی سازه‌ی اصلی نیز به‌شدّت کاهش می‌یابد.

به‌دلیل این‌که در سازه‌های نامیرا، اثر پاسخ گذرا در جابه‌جایی کل سازه قابل‌توجّه است، در این پژوهش، راهکاری برای طرّاحی میراگر جرمی، با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا ارائه خواهد شد.

به‌دست آوردن جابه‌جایی سازه با تحلیل مودی

سامانه‌ی دو درجه آزادی بدون میرایی که از سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی تشکیل می‌شود، در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل m و k به‌ترتیب جرم و سختی سازه و m_d و k_d، جرم و سختی میراگر جرمی هستند. جابه‌جایی زمین با u_g و جابه‌جایی سازه و جرم میراگر نسبت به زمین به‌ترتیب با u و u_d نشان داده می‌شوند.



شکل ۱ سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا شامل سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی

این سامانه تحت حرکت هارمونیک زمین با شتابی به شکل زیر در نظر گرفته خواهد شد:

$$\ddot{u}_g = a\ \sin(\Omega t) \quad (۱)$$

در این رابطه، a و Ω به‌ترتیب دامنه‌ی شتاب زمین و فرکانس حرکت آن هستند. هم‌چنین، زمان با t نشان داده شده است.

با ترکیب ویژگی‌های سازه، میراگر جرمی و تحریک، سه کمیت نسبت جرمی، نسبت فرکانس سازه و نسبت فرکانس میراگر به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu = \frac{m_d}{m} \quad (۲)$$

$$f = \frac{\Omega}{\omega_s} \quad (۳)$$

$$f_d = \frac{\Omega}{\omega_d} \quad (٤)$$

فرکانس طبیعی سازه و میراگر جرمی، در حالتی که جدا از یکدیگر فرض شوند، به‌ترتیب $\omega_s = \sqrt{k/m}$ و $\omega_d = \sqrt{k_d/m_d}$ خواهند بود. ماتریس‌های جرم و سختی این سامانه به شکل زیر هستند:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k+k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1+\frac{f^2}{f_d^2}\mu & -\frac{f^2}{f_d^2}\mu \\ -\frac{f^2}{f_d^2}\mu & \frac{f^2}{f_d^2}\mu \end{bmatrix} \quad (٦)$$

معادله‌ی حرکت را می‌توان چنین نوشت:

$$M\ddot{U} + KU = -MI\ddot{u}_g \quad (۷)$$

که در آن I بردار ستونی با درایه‌های واحد و U بردار جابه‌جایی است. با انتقال این معادله به مختصات مودی، فرکانس مودها به‌دست می‌آیند:

$$\omega_{1,2} = \omega_s\left(\frac{f_d^2 + f^2\mu + f^2}{2f_d^2} \mp \frac{\sqrt{f^4\mu^2 + 2f^4\mu + f^4 + 2f^2f_d^2\mu - 2f^2f_d^2 + f_d^4}}{2f_d^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (۸)$$

هم‌چنین، بردارهای شکل نوسان این سامانه به شکل زیر خواهند بود:

$$\phi_{1,2} = \left\{ \begin{matrix} \frac{f^2 - f^2\mu - f_d^2}{2f^2} \pm \frac{\sqrt{f^4\mu^2 + 2f^4\mu + f^4 + 2f^2f_d^2\mu - 2f^2f_d^2 + f_d^4}}{2f^2} & 1 \end{matrix} \right\}^T \quad (۹)$$

سرانجام، بردار جابه‌جایی به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u \\ u_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} \quad (۱۰)$$

در این رابطه، z_1 و z_2 به‌ترتیب مختصه‌ی مودی برای مود اوّل و دوم هستند که برای تعیین جابه‌جایی سازه باید به‌دست آیند. با جاگذاری رابطه‌ی (۱۰) در (۷) و ضرب آن در ϕ_i^T، رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\sum_{n=1}^{2}\phi_i^T M\phi_n\ddot{z}_n + \sum_{n=1}^{2}\phi_i^T K\phi_n z_n = -\phi_i^T MI\ddot{u}_g \qquad i = 1,2 \quad (۱۱)$$

که با استفاده از خاصیت تعامد مودها، فقط جمله‌هایی که در آن‌ها $n = i$ است، غیرصفر خواهند بود. پس این رابطه به شکل زیر خلاصه می‌شود:

$$\phi_i^T M\phi_i\ddot{z}_i + \phi_i^T K\phi_i z_i = -\phi_i^T MI\ddot{u}_g \qquad i = 1,2 \quad (۱۲)$$

بنابراین، با جداسازی معادلات مودی از یکدیگر به این روش، می‌توان پاسخ‌های خصوصی و عمومی این معادله را برای هر یک از مودها یافت. با در نظر گرفتن جابه‌جایی و سرعت اوّلیه برابر صفر،

مختصه‌های مودی به شکل زیر به‌دست خواهند آمد:

$$z_i = \frac{\phi_i^T MI\ a}{\phi_i^T M\phi_i\left(\omega_i^2 - \Omega^2\right)}\left(\frac{\Omega}{\omega_i}\sin(\omega_i t) - \sin(\Omega t)\right)$$
$$i = 1,2$$
(۱۳)

جمله‌ی دارای $\sin(\Omega t)$ مربوط به پاسخ پایدار و جمله‌ی دارای $\sin(\omega_i t)$ مربوط به پاسخ گذرا هستند.

یافتن مقادیر بهینه با روش پیشنهادی

در بخش پیش، جابه‌جایی سازه با تحلیل مودی به‌دست آمد که این رابطه بر حسب کمیت‌های f، f_d، μ، k، m، a و t بود. برای این که بتوان m، k و a را از این رابطه حذف کرد، کمیت t_ω به این شکل تعریف می‌شود:

$$t_\omega = \omega_s t = 2\pi \frac{t}{T_s} \tag{۱۴}$$

که در آن، T_s دوره‌ی تناوب طبیعی سازه‌ی اصلی است. سپس، دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی سازه به شکل زیر فرض می‌گردد:

$$u_{st\,0} = \frac{m a}{k} \tag{۱۵}$$

پس از آن، قدرمطلق نسبت جابه‌جایی دینامیکی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن به‌دست می‌آید:

$$R = \left|\frac{u}{u_{st\,0}}\right| \tag{۱۶}$$

این تابع بر حسب کمیت‌های f، f_d، μ و t_ω است. بدین ترتیب می‌توان برای مقدار مشخّص f و μ، مقدار بهینه‌ی f_d را به‌دست آورد. از میان مقادیر مختلف f_d، مقداری که کمترین میانگین را برای تابع R، در یک بازه‌ی زمانی معیّن ارائه کند، به‌عنوان مقدار بهینه انتخاب می‌شود. برای این‌که رفتار سازه در اثر تحریک مورد نظر به‌طور کامل مورد بررسی قرار گیرد، نمودار تابعِ به‌دست آمده در بازه‌ی $۰ \le t_\omega \le t_{\omega_e}$ رسم می‌شود. عاملِ t_{ω_e} را می‌توان با جاگذاری پنج برابر بیشینه‌ی دوره‌ی تناوب سازه یا زمین به جای t در رابطه‌ی (۱٤) به‌دست آورد:

$$t_{\omega_e} = \max\left\{5\omega_s T_s = 10\pi\ \ , 5\omega_s T = \frac{10\pi}{f}\right\} \tag{۱۷}$$

در این رابطه، T دوره‌ی تناوب حرکت زمین را نشان می‌دهد. اگر $\Omega \ge \omega_s$، عبارت اوّل و اگر $\Omega < \omega_s$، عبارت دوم غالب خواهد بود.

رابطه‌ی (٤) نشان می‌دهد که با افزایش f_d، سختی میراگر جرمی کاهش می‌یابد؛ پس برای مقدارهای بسیار بزرگ آن، سختی میراگر تقریباً صفر خواهد شد. به همین دلیل، رفتار سازه فقط به ازای $۰ < f_d \le ۱۰$ مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطالعه‌ی رفتار سازه برای مقدارهای مختلف f_d به‌صورت عددی انجام می‌شود. بر این اساس، نخست برای مقدار مشخّص f و μ، نمودار R در بازه‌ی $۰ \le t_\omega \le t_{\omega_e}$ و برای مقدارهای مختلف f_d رسم می‌گردد. سپس، مقداری که کمترین میانگین را داشته باشد، به‌عنوان مقدار بهینه برگزیده می‌شود. روشن است که تابع قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه (R)، به ازای مقادیر بهینه، کمترین حجم زیر منحنی را نیز در بازه‌ی در نظر گرفته‌شده برای t_ω خواهد داشت. جدول (۱) مقادیر بهینه‌ی f_d را برای نسبت جرم‌ها و نسبت فرکانس‌های مختلف سازه نشان می‌دهد.

سنجش مقادیر پیشنهادی با رابطه‌های کانر و زیلتی

پژوهشگران راهکارهای گوناگونی را برای طرّاحی میراگر جرمی پیشنهاد کرده‌اند. در این بخش، عملکرد مقادیر پیشنهادشده در جدول (۱) با چند رابطه‌ی به‌دست آمده توسّط پژوهشگران دیگر سنجیده می‌شود.

کانر با صفر کردن پاسخ پایدار سازه‌ی اصلی در سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا که از سازه و میراگر جرمی تشکیل می‌شد و تحت حرکت هارمونیک زمین قرار داشت، سختی میراگر جرمی را به‌دست آورد [1]:

جدول ۱ مقادیر بهینه‌ی f_d

μ / f	٠/٠١	٠/٠٢	٠/٠٣	٠/٠٤	٠/٠٥	٠/٠٦	٠/٠٧	٠/٠٨	٠/٠٩	٠/١٠	٠/١١	٠/١٢	٠/١٣	٠/١٤	٠/١٥
٠/١	١/١١٧	١/١١٨	١/١١٩	١/١١٩	١/١٢١	١/١٢٤	١/١٢٧	١/١٣٠	١/١٣٢	١/١٣٤	١/١٣٥	١/١٣٨	١/١٤٣	١/١٤٩	١/١٥٤
٠/٢	١/١٢٤	١/١٢٦	١/١٢٧	١/١٢٨	١/١٢٩	١/١٣١	١/١٣١	١/١٣٢	١/١٣٢	١/١٣٣	١/١٣٦	١/١٣٩	١/١٤٤	١/١٤٨	١/١٥٣
٠/٣	١/١١٦	١/١١٨	١/١١٨	١/١١٩	١/١٢٢	١/١٢٦	١/١٢٦	١/١٢٧	١/١٣٠	١/١٣٥	١/١٤٠	١/١٤٣	١/١٤٧	١/١٥٢	١/١٥٧
٠/٤	١/١١٥	١/١١٧	١/١١٨	١/١١٨	١/١١٨	١/١١٨	١/١٢٢	١/١٢٧	١/١٣١	١/١٣٥	١/١٣٩	١/١٤٢	١/١٤٥	١/١٤٨	١/١٥٠
٠/٥	١/١٢٢	١/١٢٣	١/١٢٤	١/١٢٥	١/١٢٤	١/١٢٦	١/١٢٨	١/١٣٢	١/١٣٥	١/١٣٨	١/١٤٢	١/١٤٧	١/١٥٢	١/١٥٦	١/١٦١
٠/٦	١/١٢٠	١/١٢٢	١/١٢١	١/١٢١	١/١٢٣	١/١٢٤	١/١٢٤	١/١٢٥	١/١٢٧	١/١٢٩	١/١٣٢	١/١٣٤	١/١٣٧	١/١٤٠	١/١٤٣
٠/٧	١/٠٧٠	١/٠٩١	١/٠٩٨	١/١٠٢	١/١١٠	١/١١٧	١/١٢٣	١/١٢٦	١/١٢٧	١/١٢٧	١/١٢٧	١/١٢٨	١/١٢٨	١/١٢٩	١/١٣٣
٠/٨	١/٠٨٨	١/٠٩٠	١/٠٩٧	١/٠٩٩	١/١٠٠	١/١٠٠	١/٠٩٩	١/٠٩٨	١/٠٩٨	١/١٠٠	١/١٠٢	١/١٠٥	١/١٠٩	١/١١٤	١/١٢٠
٠/٩	١/٠٠٠	١/٠٠٨	١/٠١٨	١/٠٢٦	١/٠٣٥	١/٠٤٤	١/٠٥٢	١/٠٦٠	١/٠٦٨	١/٠٧٦	١/٠٨٣	١/٠٩٠	١/٠٩٦	١/١٠١	١/٠٩٧
١/٠	١/٠٠٤	١/٠١١	١/٠١٩	١/٠٢٥	١/٠٣١	١/٠٣٨	١/٠٤٤	١/٠٤٨	١/٠٥٤	١/٠٦١	١/٠٦٤	١/٠٦٦	١/٠٧١	١/٠٧٤	١/٠٧٨
١/١	١/٠٣٨	١/٠٣٢	١/٠٢٣	١/٠٢٥	١/٠٣٣	١/٠٢٩	١/٠٣٢	١/٠٣١	١/٠٢٨	١/٠٢٨	١/٠٢٩	١/٠٢٨	١/٠٢٩	١/٠٣٥	١/٠٤٨
١/٢	١/٠٤٢	١/٠٢٩	١/٠١٤	٠/٩٧٧	٠/٩٧٣	٠/٩٧٨	٠/٩٨٦	٠/٩٩٧	١/٠١٠	١/٠١٩	١/٠٣٠	١/٠٤٤	١/٠٦٠	١/٠٧١	١/٠٧٠
١/٣	١/٣٣٦	١/٣٥٦	١/٣٧١	٠/٩٩٣	١/٠٠٤	١/٠١٦	١/٠٢٦	١/٠٢٦	١/٠٣٤	١/٠٣٩	١/٠٣١	١/٠٣١	١/٠٣٣	١/٠٣٣	١/٠٣٣
١/٤	١/٣٣٢	١/٣٤٢	١/٣٦١	١/٣٧١	٠/٩٨٥	٠/٩٧٩	٠/٩٧٨	٠/٩٨٢	٠/٩٨٩	٠/٩٩٧	١/٠٠٧	١/٠١٦	١/٠٢٥	١/٠٣٤	١/٠٤٥
١/٥	١/٥٣٨	١/٥٥٦	١/٥٩٩	١/٦٢٢	١/٦٣٩	١/٦٥٣	١/٦٦٩	١/٦٩٣	١/٠٣٦	١/٣٧٤	١/٣٨٥	١/٠٣١	١/٠٣٣	١/٠٣٤	١/٠٣٤
١/٦	١/٥٥٣	١/٥٦٣	١/٥٥٤	١/٥٣٦	١/٥٢٩	١/٥٢٢	١/٥٢٤	١/٦٨٣	١/٦٨٠	١/٦٧٠	١/٦٧٥	١/٧١٧	١/٧٨٣	١/٨٣٦	١/٨٧٦
١/٧	١/٧٤١	١/٧٤٦	١/٧١٧	١/٨٦٨	١/٨٩٤	١/٩١٤	١/٩٤٣	٢/٠٠٠	١/٥٨٨	١/٥٩٧	١/٦٠٣	١/٦٤٠	١/٦٨٤	١/٧١٠	١/٧٢٦
١/٨	١/٧٦٧	١/٧٨٣	١/٧٨٦	١/٧٨١	١/٧٧٨	١/٧٧٣	١/٦٧٣	١/٧٦٣	١/٩٠٦	١/٩١٢	١/٩١٧	١/٩٢٣	١/٩٣٢	٢/٠١٢	٢/٠٤٠
١/٩	١/٩٣٩	١/٩٣٥	١/٩١٩	١/٩٠٥	١/٨٩٩	٢/١٢١	٢/١٣٨	٢/١٤٢	١/٨٢٩	١/٨٢٤	١/٨٢٦	١/٨٣٣	١/٩٠١	١/٩٤١	٢/١٧٩
٢/٠	١/٩٨١	١/٩٩٩	٢/٠١٨	٢/٠٢٤	٢/٠٢٦	٢/٠٣٠	٢/٠٢٨	٢/٠٣٩	٢/٠٤٧	٢/٠٦٤	٢/٠٧٨	٢/٠٨٣	٢/٠٨٢	٢/٠٨١	٢/٣٠٨
٢/١	٢/١٣٤	٢/١٣٦	٢/١٣٩	٢/١٦٧	٢/١٧٨	٢/١٨٤	٢/١٨٨	٢/٢٦٧	٢/٢٧٩	٢/٠٣٠	٢/٠٣١	٢/٠٣٦	٢/٣٠٧	٢/٣١٢	٢/٣١٦
٢/٢	٢/١٨٧	٢/٢١٢	٢/٢٥٣	٢/٢٦٦	٢/٢٧٢	٢/٢٧٤	٢/٢٢١	٢/٢٠٩	٢/٢٢٥	٢/٤٤١	٢/٤٤٧	٢/٤٥٢	٢/٤٦٨	٢/٥٠٣	٢/٥٣٨
٢/٣	٢/٣٣٤	٢/٣٣٦	٢/٣٢٤	٢/٣٢٣	٢/٣٢٣	٢/٤٨٩	٢/٥٠٠	٢/٥١٠	٢/٥٢٠	٢/٥٣٦	٢/٣١١	٢/٣١٨	٢/٣٨٣	٢/٥٨٧	٢/٥٩٥
٢/٤	٢/٣٨٩	٢/٤٣٠	٢/٤٣٤	٢/٤٠٦	٢/٥٢١	٢/٥٢٨	٢/٥٣١	٢/٥١٩	٢/٥٠١	٢/٥١٢	٢/٦٧٥	٢/٦٨٣	٢/٧٠١	٢/٧٦٢	٢/٧٩١
٢/٥	٢/٥٤٢	٢/٥٣٥	٢/٥٢٦	٢/٦٢٩	٢/٦٥٦	٢/٦٧٥	٢/٦٨٧	٢/٦٩٧	٢/٧٠٥	٢/٥٧٢	٢/٥٧١	٢/٥٧١	٢/٥٧٠	٢/٥٦٦	٣/٠٧٤
٢/٦	٢/٥٩٠	٢/٦٥٥	٢/٦٧٦	٢/٦٧٧	٢/٦٨٥	٢/٦٩٠	٢/٦٠٢	٢/٥٩٨	٢/٥٩٤	٢/٥٨٧	٣/٠٤٧	٣/٠١٤	٣/٠٢٢	٣/٠٤٤	٣/٠٦١
٢/٧	٢/٧٤٥	٢/٧٣٧	٢/٦٩٣	٢/٦٧٥	٢/٦٦٦	٢/٩٨٤	٢/٩٩٨	٣/٠١٥	٣/٠٣٠	٣/٠٤٣	٣/٠٤٧	٣/٠٠٩	٣/٠٠٤	٣/٠٠٦	٣/٠١٢
٢/٨	٢/٨١١	٢/٨٢٢	٢/٩٢١	٢/٩٥٥	٢/٩٥٤	٢/٩٥٩	٢/٩٦٧	٢/٩٧٣	٢/٩٦١	٢/٩٦٥	٢/٩٥٧	٢/٩٥٤	٢/٩٤٨	٢/٩٢٩	٢/٩٢٤
٢/٩	٢/٩١٤	٢/٩٣٤	٢/٩٢٥	٢/٩١٧	٢/٩١٠	٢/٩٠٤	٢/٨٩١	٢/٨٧٩	٢/٨٦٨	٢/٨٦٤	٢/٨٦٤	٢/٨٦٧	٣/٦٣٤	٣/٦٥٦	٣/٦٧٩
٣/٠	٣/٠١٧	٣/٠٣٤	٣/١٩٧	٣/٢٤٩	٣/٢٨٠	٣/٣٠٨	٣/٣٣١	٣/٣٦٢	٣/٣٨٠	٣/٤٠٤	٣/٤٣٨	٣/٤٥٥	٣/٤٩٤	٣/٥٢٦	٣/٥٥٣
٣/١	٣/١٦٤	٣/١٤٩	٣/١٦٢	٣/١٩٠	٣/٢١٩	٣/٢٣٧	٣/٢٤٦	٣/٢٥٤	٣/٣١٠	٣/٣١٨	٣/٣٢٤	٣/٣٣٢	٣/٤١٣	٣/٤٣٥	٣/٤٧٨
٣/٢	٣/١٩١	٣/١٩٨	٣/١٨٣	٣/١٨٧	٣/١٩١	٣/١٧٣	٣/٦٥٨	٣/٦٨٦	٣/٨١١	٣/٣٣٦	٣/٣٤٤	٣/٣٦٠	٣/٣٦١	٣/٨٠٤	٣/٨٢٢
٣/٣	٣/٣٤٧	٣/٣٥١	٣/٣٩٨	٣/٤٦٧	٣/٤٩٠	٣/٥٠٣	٣/٥١٢	٣/٥١٩	٣/٦٤٧	٣/٦٥٧	٣/٦٦٤	٣/٦٧٣	٣/٨٥٠	٣/٧٨٧	٣/٧٦٦
٣/٤	٣/٤١٣	٣/٤١٣	٣/٤٢٨	٣/٤٢٤	٣/٥١٢	٣/٥٢٢	٣/٦٥٩	٣/٨٠٨	٣/٨٣٥	٣/٦٩٣	٣/٧٠٢	٣/٩٠٨	٣/٩٧٧	٤/٠٣٥	٤/٠٧٢
٣/٥	٣/٥٤٠	٣/٥٦٧	٣/٦٢٥	٣/٦٤٥	٣/٦٥٤	٣/٦٦٣	٣/٦٦٧	٣/٧٦٠	٣/٨١٤	٣/٨١٧	٣/٨١٩	٤/٠١٣	٤/٠٦٠	٤/٠٧٧	٤/٠١٧
٣/٦	٣/٦١٩	٣/٦١٨	٣/٦٧١	٣/٦٩٧	٣/٧٠٣	٣/٧٠٧	٣/٧٠٩	٣/٧٣٠	٣/٧٦٠	٣/٩٢٥	٣/٩٣٢	٣/٩٤١	٤/٠٢٨	٤/٢٥٥	٤/٢٧٣
٣/٧	٣/٧٤٩	٣/٧٦٧	٣/٧٧٧	٣/٨٤٩	٣/٩٠٦	٣/٩١٧	٣/٩٢٢	٣/٩٢١	٤/٠٥٥	٤/٠٦٨	٤/٠٨٠	٤/٠٨٧	٤/١٠٢	٤/١٩٨	٤/٢٤٢
٣/٨	٣/٨٢٤	٣/٨٣٦	٣/٨٢٤	٣/٨١٥	٣/٩٨٥	٤/٠٠٧	٤/٠١٧	٤/٢٥٣	٤/٠١٨	٤/٠١٢	٤/٣٠٤	٤/٣٥٥	٤/٣٥٤	٤/٣٥٥	٤/٥٧٦
٣/٩	٣/٩٥٠	٣/٩٥٨	٣/٩٦٤	٤/٠٩٧	٤/١٣٦	٤/١٥٩	٤/١٧٣	٤/١٨٥	٤/١٩٦	٤/٢٠٩	٤/٢٢٤	٤/٢٤١	٤/٥٣٣	٤/٥٠٨	٤/٥١٥
٤/٠	٤/٠٢٤	٤/٠٥٠	٤/٠٥٧	٤/٠٦٩	٤/٠٧٩	٤/٠٨٧	٤/٣٣٣	٤/٣٤٦	٤/٣٥٩	٤/٤٣٩	٤/٤٦٠	٤/٥٩٩	٤/٧٤١	٤/٧٩٩	٤/٨٣٢
٤/١	٤/١٤٧	٤/١٥٩	٤/١٩٣	٤/٢١٠	٤/٢٨١	٤/٣٢٢	٤/٣٢٧	٤/٣٣٨	٤/٣٤٥	٤/٦٠٥	٤/٦١٤	٤/٦١٧	٤/٦٤٥	٤/٧١٢	٤/٧٥٥
٤/٢	٤/٢٢٩	٤/٢٥٦	٤/٢٨٧	٤/٢٩٥	٤/٣٠٩	٤/٢٩٧	٤/٢٨٧	٤/٦٥٨	٤/٦٧٦	٤/٦٨٤	٤/٧١٢	٤/٧٣٧	٤/٧٥٥	٥/٠٣٨	٥/٠٥٢
٤/٣	٤/٣٤٩	٤/٣٥٨	٤/٤٣٨	٤/٤٨٥	٤/٥٠٧	٤/٥٢١	٤/٦٩٠	٤/٦٨٠	٤/٦٢٧	٤/٦٣١	٤/٦٤٧	٤/٨٥١	٤/٨٧٥	٤/٩٥٦	٤/٩٩٣
٤/٤	٤/٤٢٦	٤/٤٦٦	٤/٥١٦	٤/٥٣٧	٤/٥٤٦	٤/٦٤٩	٤/٦٧٩	٤/٨٤٥	٤/٨٦٢	٤/٨٧٣	٤/٧٣٣	٤/٧٣٥	٤/٨٧١	٤/٩٠٨	٥/٢٦٥
٤/٥	٤/٥٦٠	٤/٥٦٢	٤/٦٠٦	٤/٦٩١	٤/٧١١	٤/٧٢٣	٤/٧٣٢	٤/٨٤٨	٤/٨٥٢	٤/٧٤٣	٤/٧٣٨	٥/١٦٢	٥/٢١١	٥/٢٤٦	٥/٢٦١
٤/٦	٤/٦٢١	٤/٦٨٧	٤/٧٢١	٤/٧١٩	٤/٧٢٢	٤/٧٢٤	٤/٧٢٣	٤/٧١٨	٥/١٥٥	٥/١٣٢	٥/١٥٤	٥/٢٣١	٥/٢٢٠	٥/٢١٤	٥/٢٠٦
٤/٧	٤/٧٦٣	٤/٧٦٥	٤/٧٤٧	٤/٧٣٤	٥/٠٣٩	٥/٠٧٥	٥/١٠٠	٥/١١٦	٥/١١٥	٥/٠٩٨	٥/١١٠	٥/١٢٥	٥/١٢٤	٥/١٢٣	٥/١٢٥
٤/٨	٤/٨٣٩	٤/٨٦٧	٤/٩٥٦	٤/٩٩٣	٥/٠١٢	٥/٠١٦	٥/٠٣٠	٥/٠٢٦	٥/٠٢٢	٥/٠١٧	٥/٠١٩	٥/٧١٥	٥/٧٦٤	٥/٨١٠	٥/٨٤٨
٤/٩	٤/٩٤٢	٤/٩٦٥	٤/٩٥٤	٤/٩٥٠	٤/٩٤٧	٤/٩٤٤	٥/٤٨٠	٥/٥٠٩	٥/٥٣٩	٥/٥٦١	٥/٥٩٥	٥/٦٢٣	٥/٦٦٢	٥/٧٠٥	٥/٧٣٧
٥/٠	٥/٠٤٦	٥/٠٨٩	٥/٢١٥	٥/٢٦٩	٥/٣١٠	٥/٣٣٩	٥/٣٧٩	٥/٣٩٦	٥/٤٣٠	٥/٤٧٢	٥/٤٨٨	٥/٥٦٦	٥/٥٨٩	٥/٦٦٥	٥/٦٩٤

$$k_{d_C} = \frac{m\, m_d\, \Omega^2}{m + m_d} \qquad (۱۸)$$

از سوی دیگر، زیلتی و همکارانش با معیار کمینه‌سازی انرژی جنبشی سازه‌ی اصلی و بیشینه کردن انرژی جذب‌شده توسّط میراگر جرمی، توانستند سختی میراگر جرمی را تعیین کنند [5]:

$$k_{d_Z} = \frac{m_d\, k}{m + m_d} \qquad (۱۹)$$

با توجّه به رابطه‌های (۱۸) و (۱۹)، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگرهای کانر و زیلتی به‌ترتیب به شکل زیر خواهند بود:

$$f_{d_C} = \sqrt{1+\mu} \qquad (۲۰)$$

$$f_{d_Z} = f\,\sqrt{1+\mu} \qquad (۲۱)$$

قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن، برای سه حالت مورد نظر، یعنی برای سازه‌ی متّصل به میراگر جرمی پیشنهادشده در این مقاله، کانر و زیلتی به‌ترتیب با R_p، R_C و R_Z نشان داده می‌شوند:

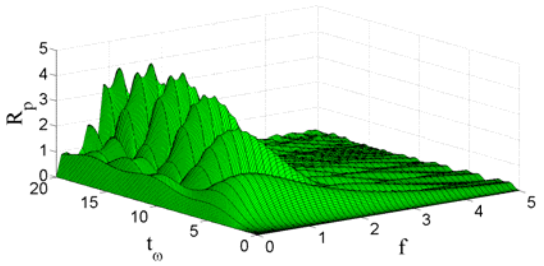
$$R_p = R\big|_{f_d = f_{d_p}} \qquad (۲۲)$$

$$R_C = R\big|_{f_d = f_{d_C}} \qquad (۲۳)$$

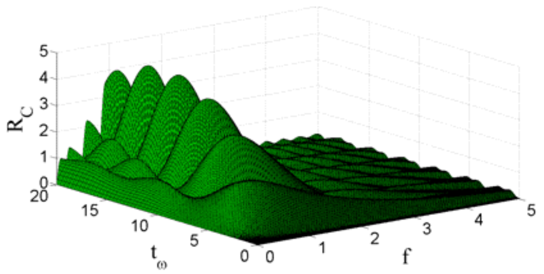
$$R_Z = R\big|_{f_d = f_{d_Z}} \qquad (۲٤)$$

در رابطه‌ی (۲۲)، کمیت f_{d_p} نشان‌دهنده‌ی مقادیر بهینه‌ی میراگر جرمی پیشنهادی است که در جدول (۱) آمده‌اند. بدین ترتیب، می‌توان عامل‌های R_p، R_C و R_Z را برحسب f، μ و t_ω به‌دست آورد. برای بررسی عملکرد میراگرهای مورد نظر، نخست نمودار این سه کمیت برای مقدار مشخّص μ رسم می‌شوند. سپس، برای ارزیابی آن‌ها به ازای تمام مقادیر μ، کمیت‌های جدیدی معرّفی می‌گردند.

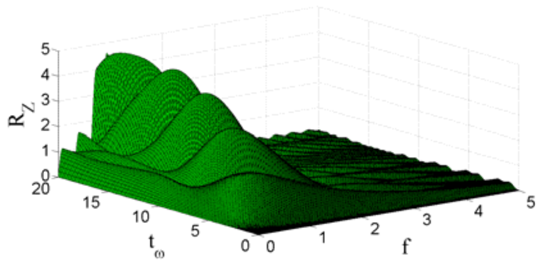
شکل‌های (۲)، (۳) و (٤) به‌ترتیب نمودارهای R_p، R_C و R_Z را به ازای $\mu = ۰/۰۵$ و برای $۰ \le f \le ۵$ و $۰ \le t_\omega \le ۲۰$ نشان می‌دهند.



شکل ۲ نمودار R_p برای $\mu = ۰/۰۵$



شکل ۳ نمودار R_C برای $\mu = ۰/۰۵$



شکل ٤ نمودار R_Z برای $\mu = ۰/۰۵$

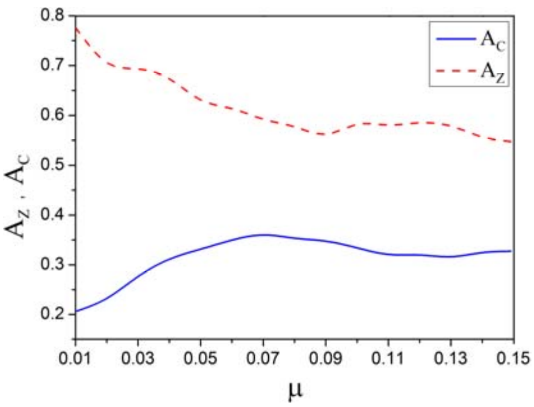
اکنون، برای نسبت جرم‌های معیّن و محدوده‌ی $۰ \le f \le ۵$ و $۰ \le t_\omega \le t_{\omega_e}$، مقدارهای پیشنهادی با رابطه‌های کانر و زیلتی مقایسه می‌گردند. کمیت t_{ω_e} در رابطه‌ی (۱۷) تعریف شده است. برای انجام این کار، کمیت A_C به‌عنوان نسبت مساحت قسمت‌هایی که در آن‌ها R_p بزرگ‌تر از R_C باشد به بخش‌هایی که در آن‌ها R_C بزرگ‌تر از R_p است، معرّفی می‌شود. هم‌چنین، نسبت مساحت بخش‌هایی که در آن‌ها R_p بزرگ‌تر از R_Z باشد به مساحت قسمت‌هایی که در آن‌ها R_Z بزرگ‌تر از R_p است، با نماد A_Z نشان داده می‌شود:

$$A_C = \frac{\left\{0 < f \le 5, 0 \le t_\omega \le t_{\omega_e} \mid R_C < R_p\right\}}{\left\{0 < f \le 5, 0 \le t_\omega \le t_{\omega_e} \mid R_C > R_p\right\}} \qquad (۲۵)$$

$$A_Z = \frac{\left\{0 < f \le 5, 0 \le t_\omega \le t_{\omega_e} \mid R_Z < R_p\right\}}{\left\{0 < f \le 5, 0 \le t_\omega \le t_{\omega_e} \mid R_Z > R_p\right\}} \qquad (۲٦)$$

کمیت‌های A_C و A_Z برای ارزیابی محدوده‌هایی از f و t_ω که در آن‌ها مقدارهای پیشنهادی بر رابطه‌های کانر و زیلتی برتری دارد، به‌کار می‌روند. روشن است، چنانچه کمیت‌های A_C و A_Z کمتر از یک شوند، عملکرد سختی پیشنهادی (جدول ۱) از سختی کانر (رابطه‌ی ۱۸) و سختی زیلتی (رابطه‌ی ۱۹) بهتر می‌باشد. وارون این نکته نیز برقرار است.

در شکل (۵) نمودار کمیت‌های A_C و A_Z نسبت به μ رسم شده‌اند. این دو کمیت به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی عملکرد سختی پیشنهادی در مقابل سختی‌های کانر و زیلتی هستند.



شکل ۵ نمودار کمیت‌های A_C و A_Z نسبت به μ

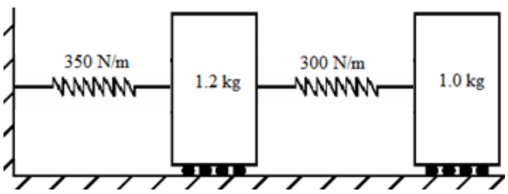
چنان که در این شکل مشخّص است، هر دو کمیت A_C و A_Z به ازای تمام نسبت‌های جرمی کوچک‌تر از یک هستند. این نشان می‌دهد که احتمال بهینه بودن مقادیر پیشنهادی در همه‌ی بازه‌ی مورد نظر بیش از روابط کانر و زیلتی می‌باشد. هم‌چنین، در این شکل، برتری قابل‌توجّه عملکرد میراگر جرمی پیشنهادی نسبت به میراگر کانر، به‌ویژه برای نسبت جرم‌های کوچک، مشهود است. به ازای نسبت جرم‌های کوچک، با افزایش آن، احتمال بهینه بودن مقادیر پیشنهادی نسبت به رابطه‌ی کانر، کاهش و نسبت به رابطه‌ی زیلتی، افزایش می‌یابد؛ چون در این ناحیه، کمیت‌های A_C و A_Z به‌ترتیب صعودی و نزولی هستند.

نتایج عددی

برای بررسی کارایی میراگر جرمی پیشنهادی در سازه‌های مختلف، یک سازه‌ی دو درجه آزادی و یک ساختمان برشی پنج‌طبقه مورد مطالعه قرار می‌گیرند. علاوه بر سنجیدن این میراگر جرمی، عملکرد میراگرهای پیشنهادشده توسّط کانر و زیلتی نیز بررسی خواهند شد.

سامانه‌ی دو درجه آزادی

شکل (٦) یک سامانه‌ی دو درجه آزادی را نشان می‌دهد [19]. چون در جدول (۱) نسبت‌های بهینه‌ی فرکانس میراگر جرمی برای کنترل حرکت سازه‌ی نامیرا به‌دست آمد، در این جا نیز سازه‌ی مورد نظر به‌صورت بدون میرایی فرض می‌شود.



شکل ٦ سازه‌ی دو درجه آزادی [19]

جرم مؤثّر مودی و فرکانس طبیعی زاویه‌ای مود اوّل این سامانه برابر با مقادیر زیر است:

$$m_1 = ۲/۰٦۲ \quad kg$$

$$\omega_1 = ۱۱/۰۲۳ \quad \frac{rad}{sec}$$

این سامانه تحت حرکت هارمونیک زمین با شتابی که در رابطه‌ی (۱) نشان داده شد، قرار می‌گیرد. به‌دلیل این‌که در تحلیل خطّی، دامنه‌ی شتاب زمین تأثیری در نوع رفتار سازه ندارد و فقط در کل جابه‌جایی آن ضرب می‌شود، این کمیت برابر واحد فرض خواهد شد. برای بررسی کارایی میراگر جرمی در حالت‌های نزدیک تشدید، می‌توان فرکانس حرکت زمین را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\Omega = ۱۲ \quad \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

میراگرهای جرمی مختلف برای کنترل مود اوّل این سازه تنظیم و به درجه‌ی آزادی دوم آن متّصل می‌شوند. هم‌چنین، فرض می‌گردد که $\mu = ۰/۰۳$ باشد. نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس طبیعی مود اوّل این سازه به شکل زیر خواهد بود:

$$f = \frac{\Omega}{\omega_1} \simeq ۱/۱$$

هم‌چنین، با توجّه به نسبت جرمی در نظر گرفته‌شده، جرم میراگر به‌دست می‌آید:

$$m_d = \mu\, m_1 \simeq ۰/۰۶۲ \quad \text{kg}$$

با استفاده از جدول (۱)، برای $f = ۱/۱$ و $\mu = ۰/۰۳$، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی پیشنهادی تعیین می‌گردد:

$$f_{d_p} = ۱/۰۲۳$$

با معلوم بودن f_{d_p}، می‌توان سختی میراگر مورد نظر را از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$k_{d_p} = \frac{\Omega^2}{f_{d_p}^2} m_d \qquad (۲۷)$$

میراگرهای جرمی پیشنهادی، کانر و زیلتی که برای کنترل مود اوّل این سامانه طرّاحی شده‌اند، به‌ترتیب دارای ضرایب سختی زیر خواهند بود:

$$k_{d_p} = ۸/۵۳۱ \quad \text{N/m}$$

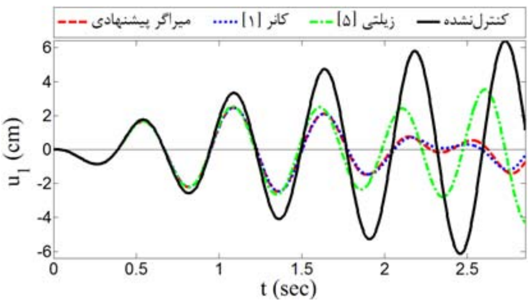
$$k_{d_C} = ۸/۶۶۷ \quad \text{N/m}$$

$$k_{d_Z} = ۷/۳۱۳ \quad \text{N/m}$$

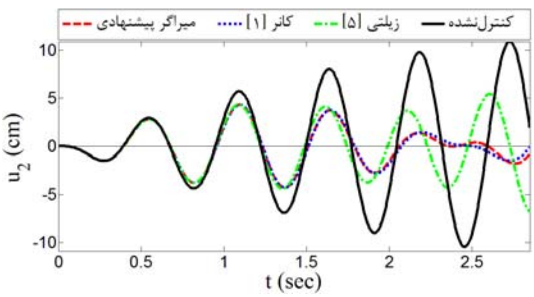
برای محاسبه‌ی سختی میراگر زیلتی، کمیت k از رابطه‌ی زیر به‌دست آمده است:

$$k = \omega_1^2\, m_1 \qquad (۲۸)$$

نمودار جابه‌جایی درجه‌های آزادی اوّل و دوم این سازه نسبت به زمین، برحسب زمان در شکل‌های (۷) و (۸) رسم شده‌اند. چنان‌که این شکل‌ها نشان می‌دهند، هر سه میراگر جرمی، با خارج کردن این سامانه از حالت تشدید، سبب بهبود پاسخ آن می‌شوند. با این حال، میراگر جرمی پیشنهادشده در این مقاله و میراگر جرمی کانر تأثیر مناسب‌تری بر جابه‌جایی این سازه دارند.

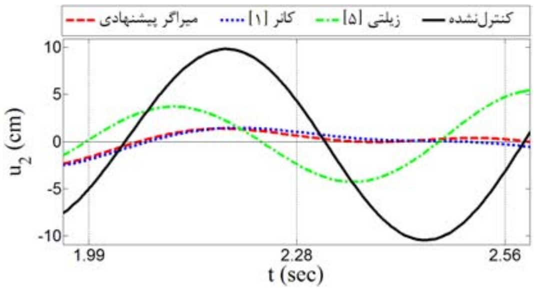


شکل ۷ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی اوّل سازه‌ی دو درجه آزادی



شکل ۸ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم سازه‌ی دو درجه آزادی

چون میراگر جرمی پیشنهادی بر خلاف دو میراگر دیگر با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا طرّاحی شده است، سنجش کارایی آن در مواقعی که پاسخ گذرای سازه ناچیز است نیز اهمیت ویژه‌ای خواهد داشت. به همین دلیل، بخشی از نمودار جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم این سازه در شکل (۹) بزرگ‌نمایی شده است.

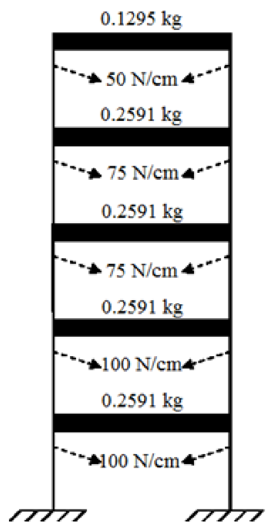


شکل ۹ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم در زمان‌هایی که پاسخ گذرا صفر است

در این شکل خطوط قائم زمان‌هایی را نشان می‌دهند که پاسخ گذرای نخستین مود این سامانه صفر می‌باشد. همان گونه که مشاهده می‌شود، هرچند میراگر جرمی پیشنهادی با توجّه به هر دو پاسخ پایدار و گذرا طرّاحی شده است، ولی اگر پاسخ گذرای سازه ناچیز باشد نیز در مقایسه با میراگرهای دیگر که فقط با در نظر گرفتن پاسخ پایدار طرّاحی می‌شوند، عملکرد مناسبی خواهد داشت.

ساختمان برشی پنج‌طبقه

شکل (۱۰) مشخّصات ساختمان پنج‌طبقه‌ی برشی را نشان می‌دهد [19]. برای بررسی تأثیر میراگرهای جرمی مختلف بر سازه‌ی نامیرا، این ساختمان به‌صورت بدون میرایی فرض شده است.



شکل ۱۰ ساختمان برشی پنج‌طبقه [19]

در این بخش، میراگرهای جرمی پیشنهادی، کانر و زیلتی برای کنترل مود نخست این سازه که دارای ویژگی‌های زیر است، طرّاحی می‌گردند:

$$m_1 = ۰/۹۹۷ \quad \text{kg}$$

$$\omega_1 = ۵۸/٤۱۹ \quad \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

مانند مثال پیش، این سازه نیز تحت حرکت هارمونیک زمین با شتاب بیشینه‌ی واحد قرار می‌گیرد که فرکانس حرکت آن به شکل زیر است:

$$\Omega = ۲۳ \quad \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

اکنون، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس طبیعی مود اصلی این ساختمان به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{\Omega}{\omega_1} \simeq ۰/٤$$

با فرض $\mu = ۰/۱$، می‌توان جرم میراگر جرمی را محاسبه کرد:

$$m_d = \mu\, m_1 \simeq ۰/۱ \quad \text{kg}$$

با توجّه به جدول (۱)، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی پیشنهادی برای $f = ۰/٤$ و $\mu = ۰/۱$، تعیین می‌گردد:

$$f_{d_p} = ۱/۱۳۵$$

بنابراین، سختی میراگر جرمی پیشنهادی، با استفاده از رابطه‌ی (۲۷) به‌دست می‌آید:

$$k_{d_p} = ۰/٤۱۱ \quad \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

هم‌چنین، ضرایب سختی میراگرهای کانر و زیلتی به شکل زیر خواهند بود:

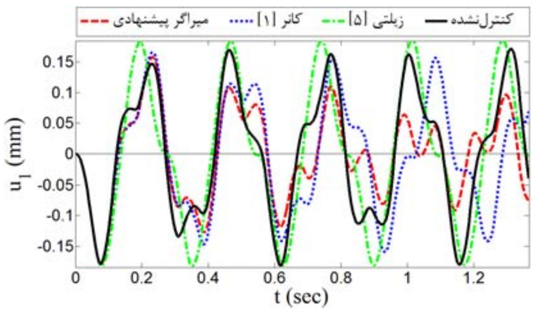
$$k_{d_C} = ۰/٤۸۱ \quad \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_{d_Z} = ۳/۱۰۲ \quad \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

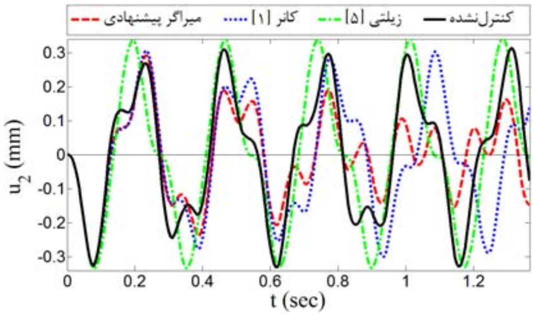
برای محاسبه‌ی سختی میراگر زیلتی، سختی ساختمان کنترل‌نشده از رابطه‌ی (۲۸) به‌دست آمده است. این میراگرها برای کنترل مود اوّل این ساختمان، به طبقه‌ی پنجم آن متّصل می‌شوند.

در شکل‌های (۱۱) تا (۱۵) تغییرات جابه‌جایی طبقه‌های مختلف این ساختمان نسبت به زمین و برحسب زمان نشان داده شده است. همان گونه که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، میراگر پیشنهادی می‌تواند پاسخ این سازه را به‌خوبی کاهش دهد. میراگرهای کانر و زیلتی اثر مناسبی بر جابه‌جایی این سازه ندارند. نکته‌ی قابل توجّه این است که میراگر کانر جابه‌جایی بیشینه‌ی طبقه‌ی پنجم سازه را تقریباً ٪۵۰ افزایش می‌دهد. با توجّه به این‌که میراگر کانر پاسخ پایدار سازه را از بین می‌برد، می‌توان نتیجه گرفت که در ساختمان مورد نظر، پاسخ گذرا مقدار زیادی دارد. به همین دلیل، روش پیشنهادشده در این مقاله که اثر هر دو پاسخ پایدار و گذرا را در نظر گرفته است، عملکرد بهتری خواهد داشت.

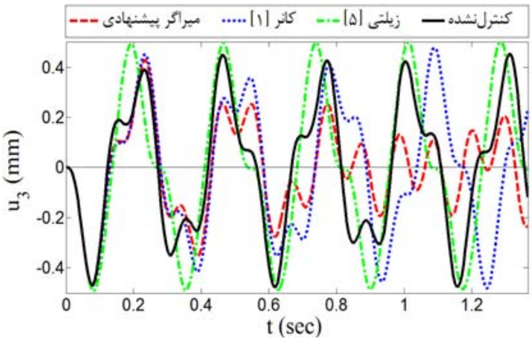
همانند سامانه‌ی دو درجه آزادی، در این جا نیز بخش‌هایی از نمودار جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم این ساختمان، برای بررسی عملکرد میراگر پیشنهادی در هنگامی که پاسخ گذرای سازه اندک است، با جزئیات بیشتری رسم می‌شود.



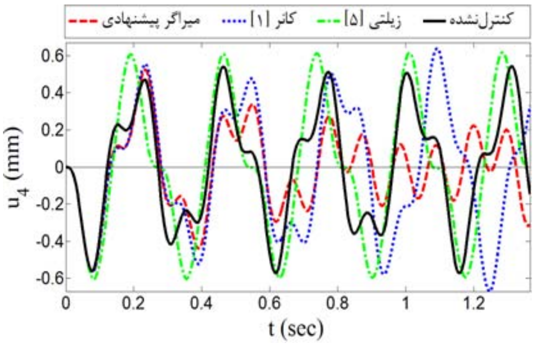
شکل ۱۱ جابه‌جایی طبقه‌ی اوّل ساختمان پنج‌طبقه



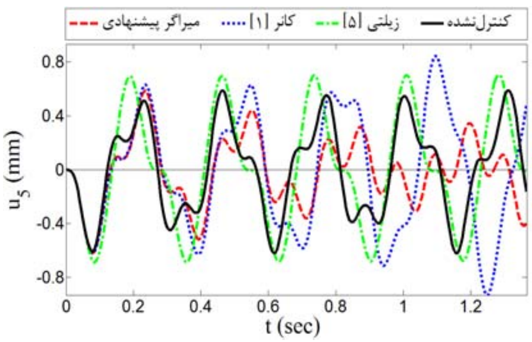
شکل ۱۲ جابه‌جایی طبقه‌ی دوم ساختمان پنج‌طبقه



شکل ۱۳ جابه‌جایی طبقه‌ی سوم ساختمان پنج‌طبقه



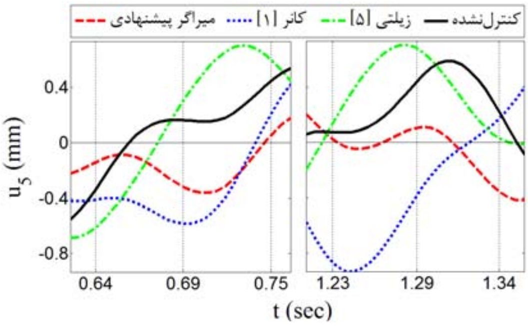
شکل ۱۴ جابه‌جایی طبقه‌ی چهارم ساختمان پنج‌طبقه



شکل ۱۵ جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم ساختمان پنج‌طبقه

شکل (۱٦) نمودار جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم این سازه را در چند لحظه که پاسخ گذرای مود اوّل آن صفر است، نشان می‌دهد. در این سازه نیز میراگر جرمی پیشنهادی در بیشتر زمان‌هایی که پاسخ گذرا

صفر است، عملکرد خوبی دارد؛ هرچند که در بعضی از این مواقع میراگرهای دیگر پاسخ بهتری ارائه کرده‌اند.



شکل ١٦ جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم در زمان‌هایی که پاسخ گذرا صفر است

نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای تعیین سختی بهینه‌ی میراگر جرمی ارائه شد. از آن‌جا که در سازه‌ی نامیرا، پاسخ گذرا مقدار قابل‌توجّهی خواهد داشت، در این روش، هر دو پاسخ پایدار و گذرا در نظر گرفته شدند. برای این کار، کمینه‌سازی میانگین قدرمطلق نسبت جابه‌جایی دینامیکی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن، در یک بازه‌ی زمانی مشخّص، به‌عنوان معیار طرّاحی انتخاب گردید. سپس، مقادیر بهینه‌ی نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی، به‌صورت عددی به‌دست آمدند. مقایسه‌ی کارایی این میراگر جرمی با میراگرهای پیشنهادی پژوهشگران دیگر نشان می‌دهد که برای همه‌ی نسبت‌های جرمی کاربردی، احتمال بهینه بودن میراگر جرمی پیشنهادی این مقاله بیشتر از میراگرهای دیگر خواهد بود. هم‌چنین، بررسی تأثیر میراگر جرمی بر سازه‌های مختلف نشان داد که اگرچه برای سازه‌ی نامیرا در حالت تشدید، استفاده از میراگر جرمی باعث خروج سازه از این حالت و کاهش جابه‌جایی آن می‌شود، ولی کارایی میراگرهای مختلف، یکسان نیست. میراگر جرمی پیشنهادی برای سازه‌هایی که در آن‌ها پاسخ گذرا مقدار قابل‌توجّهی دارد، عملکرد بهتری خواهد داشت. علاوه بر این، اگرچه این میراگر با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا طرّاحی شده است، ولی در مواقعی که پاسخ گذرای سازه ناچیز باشد نیز می‌تواند جابه‌جایی سازه را به مقدار قابل‌قبولی کاهش دهد.

مراجع

1. Connor, J.J., "Introduction to structural motion control", Prentice-Hall, pp. 275-278, (2003).
2. Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. and Chung, R., "A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 617–635, (1997).
3. Miranda, J.C., "On tuned mass dampers for reducing the seismic response of structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 34, pp. 847–865, (2005).
4. Miranda, J.C., "System intrinsic, damping maximized, tuned mass dampers for seismic applications", Structural Control and Health Monitoring, Vol. 19, pp. 405–416, (2011).
5. Zilletti, M., Elliott, S.J. and Rustighi, E., "Optimisation of dynamic vibration absorbers to minimise

kinetic energy and maximise internal power dissipation", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 331, pp. 4093-4100, (2012).

6. Li, C., "Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 1405–1421, (2000).
7. Wang, J.F., Lin, C.C. and Lien, C.H., "Two-stage optimum design of tuned mass dampers with consideration of stroke", Structural Control and Health Monitoring, Vol. 16, pp. 55–72, (2009).
8. Lin, C.C., Wang, J.F., Lien, C.H., Chiang, H.W. and Lin, C.S., "Optimum design and experimental study of multiple tuned mass dampers with limited stroke", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 39, pp. 1631–1651, (2010).
9. Majcher, K., "Shaking table tests of a model-scale building with 2DOF pendulum mass damper", Proceeding in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM), Vol. 12, pp. 231-232, (2012).
10. Korkmaz, S., "A review of active structural control: challenges for engineering informatics", Computers & Structures, Vol. 89, pp. 2113–2132, (2011).
11. Sugumar, R., Kumar, C. and Datta, T.K., "Application of stochastic control system in structural control", Procedia Engineering, Vol. 38, pp. 2356-2363, (2012).
12. Li, C. and Liu, Y., "Active multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, pp. 1041–1052, (2002).
13. Li, C., Liu, Y. and Wang, Z., "Active multiple tuned mass dampers: a new control strategy", *Journal of Structural Engineering (ASCE),* Vol. 129, pp. 972–977, (2003).
14. Li, C. and Xiong, X., "Estimation of active multiple tuned mass dampers for asymmetric structures", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 29, pp. 505–530, (2008).
15. Li, C., Yu, Z., Xiong, X. and Wang, C., "Active multiple tuned mass dampers for asymmetric structures considering soil-structure interaction", Structural Control and Health Monitoring, Vol. 17, pp. 452–472, (2010).
16. Nagarajaiah, S. and Varadarajan, N., "Short time Fourier transform algorithm for wind response control of buildings with variable stiffness TMD", Engineering Structures, Vol. 27, pp. 431–441, (2005).
17. Chey, M.H., Chase, J.G., Mander, J.B. and Carr, A.J., "Semi-active tuned mass damper building systems: Design", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 39, pp. 119–139, (2010).
18. Eason, R.P., Sun, C., Dick, A.J. and Nagarajaiah, S., "Attenuation of a linear oscillator using a nonlinear and a semi-active tuned mass damper in series", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 332, pp. 154-166, (2013).

19. Alamatian, J. and Rezaeepazhand, J., "A simple approach for determination of actuator and sensor locations in smart structures subjected to the dynamic loads", *International Journal of Engineering (IJE)*, Vol. 24, pp. 341-349, (2011).